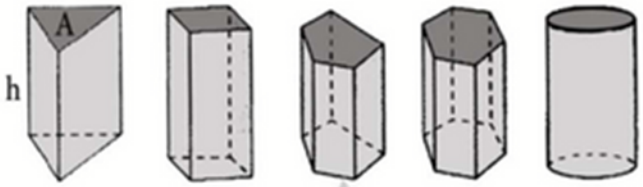
محاسبه فشار زیر اجسام منشوری

در هندسه با حجم‌هایی منشوری آشنا شده‌ایم. حجمهای منشوری انواع مختلفی دارند، اما در تمام آنها دو سطح مساوی و موازی هم وجود دارد که به آنها قاعده گفته می‌شود و به بقیه سطوحی که اطراف منشور را تشکیل می‌دهند وجه جانبی گفته می‌شود. به فاصله بین دو قاعده از هم ارتفاع منشور گفته می‌شود. برای بدست آوردن حجم منشور داریم:

$$V = A \times h$$

که در این رابطه V حجم منشور، A مساحت قاعده و h ارتفاع منشور می‌باشد.



فشار زیر سطح اجسامی منشوری را با رابطه‌ی $P = \rho gh$ محاسبه می‌کنیم. که در این رابطه ρ چگالی جسم برحسب $\frac{kg}{m^3}$، h ارتفاع بر حسب متر و g شتاب گرانش زمین است. رابطه بالا به صورت زیر اثبات می‌شود:

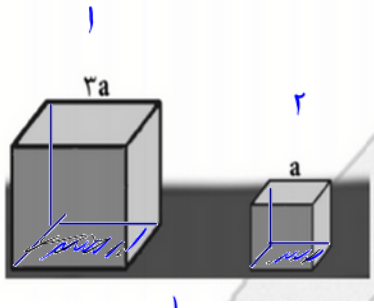
(وزن)

$$P = \frac{F_\perp}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho(\cancel{A}h)g}{\cancel{A}} = \rho gh$$

همانطور که می‌بینیم فشار به مساحت قاعده این نوع اجسام بستگی ندارد و تنها چگالی و ارتفاع آنها در محاسبه فشار موثر است.

تمرین ۹: مطابق شکل دو مکعب همگن و همجنس روی سطح افقی قرار دارند. فشار ناشی از مکعب بزرگ‌تر، چند برابر فشار ناشی از ~~استوانه‌ی~~ مکعب کوچک‌تر است؟

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{A_2}{A_1}$$



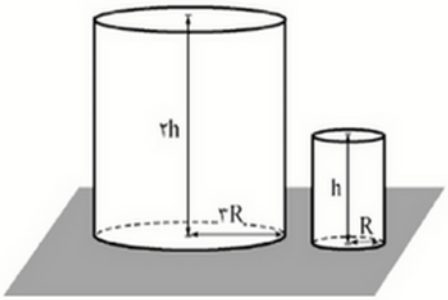
راه اول:

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1 g}{m_2 g} \times \frac{A_2}{A_1} = \frac{27}{1} \times \frac{a^2}{(3a)^2} = 27 \times \frac{1}{9} = 3$$

راه دوم:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho g h_1}{\rho g h_2} = \frac{3a}{a} = 3 \longrightarrow P_1 = 3P_2$$

۶: مطابق شکل دو استوانه‌ی همگن و همجنس روی سطح افقی قرار دارند. فشار ناشی از استوانه‌ی بزرگ تر، چند برابر فشار ناشی از استوانه ی کوچک تر است؟



$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho g h_1}{\rho g h_2} = \frac{2h}{h} = 2$$

۱) ۲

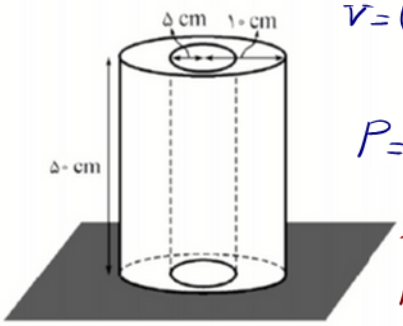
۲) ۳

۳) ۶

۴) ۱۸

تمرین ۱۱: پوسته‌ی استوانهای شکل مقابل، از فلزی به چگالی $8\frac{g}{cm^3}$ ساخته شده است. اگر $g = 10\frac{N}{kg}$ باشد، فشاری که این جسم بر سطح زیرین خود وارد میکند، چند کیلوپاسکال است؟

$8000\frac{kg}{m^3}$



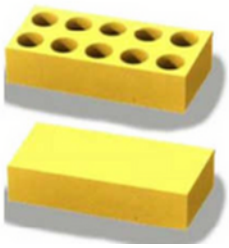
$V = (\underbrace{\pi \times 10^2 - \pi \times 5^2}_{\text{مساحت}}) \times 50 = \underbrace{50 \times 75\pi}_{cm^3} \rightarrow m = \rho V = \underbrace{8 \times 50 \times 75\pi}_{cm^3}\ \frac{g}{cm^3}$ جرم

راه اول

$P = \frac{mg}{A} = \frac{8 \times 50 \times \cancel{75\pi} \times 10^{-3} \times 10}{\cancel{75\pi} \times 10^{-4}} = 4000\ Pa$

راه دوم: $P = \rho g h = 8000 \times 10 \times 0.5 = 4000\ Pa = 4\ kPa$

تمرین ۱۲: در شکل مقابل دو آجر با ابعاد $20\ cm \times 10\ cm \times 5\ cm$ و چگالی یکسان روی یک سطح افقی قرار دارند. اگر مساحت هر کدام از سوراخهای آجر اول ۵ سانتیمتر مربع باشد، فشاری که آجر اول به سطح وارد می‌کند، ، چند برابر فشاری است که آجر دوم به سطح وارد می‌کند؟



تفاوتی ندارد. زیرا ارتفاع هر دو آجر برابر است.

هر سوراخی که در آجر ایجاد شود به همان نسبت از مساحت کم می‌شود و جرم هم کم می‌شود

۴۵- مکعب‌مستطیلی با چگالی $5\ g/cm^3$ و ابعاد $20\ cm \times 10\ cm \times 5\ cm$ روی یک سطح افقی قرار دارد. بیشترین فشاری که این مکعب می‌تواند بر سطح وارد کند، چند کیلو پاسکال است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

$\frac{12g}{m^2} \xrightarrow{\div 1000} \frac{g}{cm^2} \xrightarrow{\times 1000}$

راه اول:

$m = \rho V = 5 \times 1000 = 5000\ g = 5\ kg$

$P_{max} = \frac{F_N}{A_{min}} = \frac{50}{50 \times 10^{-4}} = 10000\ Pa = 10\ kPa$

راه دوم:

$P = \rho g h = (5000) \times 10 \times 0.2$ (ρ: $\frac{kg}{m^3}$، h: m)

$P = 10000\ Pa = 10\ kPa$

---

۵۳۶. مکعب فلزی توپری به ابعاد $5\ cm \times 4\ cm \times 2\ cm$ و چگالی $8\ g/cm^3$ از طرف یکی از وجه‌هایش روی سطح افقی قرار می‌گیرد. بیشترین فشاری که مکعب می‌تواند بر سطح وارد کند، چند پاسکال است؟ $(g = 10\ n/kg)$ (ریاضی ۹۸)

۱) ۰/۱ ۲) 4×10^2 ۳) $1/6 \times 10^3$ ۴) 4×10^3

$m = \rho V = 8 \times 40 = 320\ g = 0.32\ kg$

$P_{max} = \frac{mg}{A_{min}} = \frac{3.2}{8 \times 10^{-4}} = 0.4 \times 10^4 = 4 \times 10^3\ Pa$

راه دوم:

$P = \rho g h = (8000) \times 10 \times 0.05$

$P = 4000\ Pa = 4 \times 10^3\ Pa$

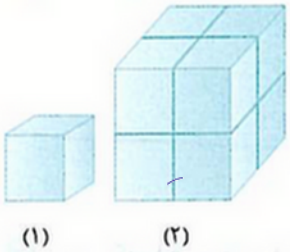
۵: اگر تمام ابعاد مکعبی به ضلع a را n برابر کنیم، فشاری که مکعب بر سطح زیرین خود وارد می‌کند، چند برابر می شود؟

۱) ۱ ۲) n ۳) n^2 ۳) n^3

$P=\rho g h \rightarrow P \propto h \xrightarrow{h \to nh} P_2 = nP_1$

---

۵۳۵. در شکل روبه‌رو مکعب شکل (۱) مشابه هر یک از مکعب‌های شکل (۲) است. فشاری که مکعب‌های شکل(۲) بر سطح افقی وارد می‌کنند، چند برابر فشار حاصل از مکعب شکل (۱) است؟ (تجربی ۹۲)

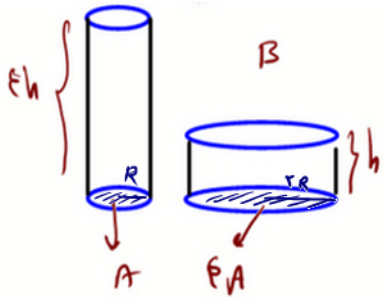


۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

---

۵۳۸. دو استوانهٔ توپر و هم‌وزن A و B روی سطح افقی کنار هم قرار دارند. اگر شعاع قاعدهٔ استوانهٔ B دو برابر شعاع قاعدهٔ استوانه A باشد، فشار حاصل از استوانهٔ A چند برابر فشار حاصل از استوانهٔ B است؟ (ریاضی ۹۳) (هم جنس متند)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۲ ۴) ۴



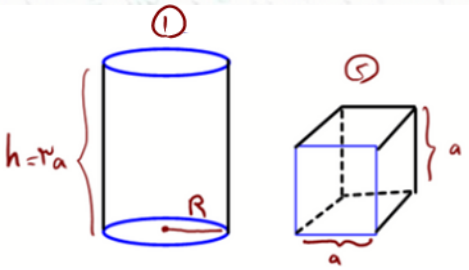
$m_A = m_B \xrightarrow{\text{هم جنس متند}} A_A h_A = A_B h_B \rightarrow 1 \times h_A = 4 h_B$

$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho g h_A}{\rho g h_B} = 4 \rightarrow P_A = 4P_B$

---

۵۳۴. یک مکعب و یک استوانهٔ فلزی توپر و هم‌جنس روی میز افقی قرار دارند. شعاع قاعدهٔ استوانه ۲ برابر ضلع مکعب و ارتفاع استوانه ۳ برابر ضلع مکعب است. فشاری که استوانه بر تکیه‌گاه ایجاد می‌کند، چند برابر فشاری است که مکعب بر تکیه‌گاه ایجاد می‌کند؟

۱) $\frac{3}{4\pi}$ ۲) $\frac{6}{\pi}$ ۳) ۳ ۴) ۶



$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho g h_1}{\rho g h_2} = \frac{3a}{a} = 3$

---

۵۳۲. چگالی بتن $\rho = 2500 kg/m^3$ است و بیشترین فشاری که می‌تواند تحمل کند تا خُرد نشود، $5\times10^7 N/m^2$ است. بلندترین استوانهٔ قائمی که از بتن می‌توان ساخت چند کیلومتر است؟ $(g=10 m/s^2)$

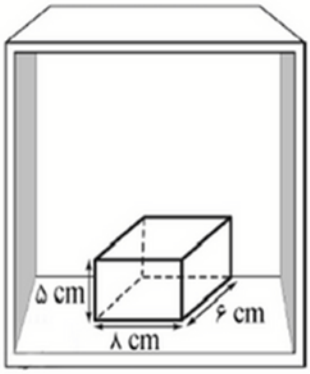
پاسکال

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۴ ۴) ۲

$P = \rho g h \rightarrow 5\times10^7 = 2500 \times 10 \times h \rightarrow h = 2000 m = 2 km$

۱۴: مطابق شکل ، مکعب مستطیلی که از ماده‌ای به چگالی $۴\frac{g}{cm^۳}$ ساخته شده است کف آسانسوری قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب ۲ متر بر مجذور ثانیه به سمت پایین شروع به حرکت کند، فشار وارد به کف آسانسور چند پاسکال است؟

۱) ۱۶۰۰
۲) ۲۴۰۰
۳) ۲۰۰۰
۴) ۳۲۰۰



روش اول :

$m = \rho V = ۴\frac{g}{cm^۳} \times ۲۴۰ cm^۳ = ۹۶۰ g = ۰/۹۶ kg$

$F_N = m(g - |a|) = ۰/۹۶ \times (۱۰ - ۲) = ۰/۹۶ \times ۸ N$

$P = \frac{F_N}{A} = \frac{۰/۹۶ \times ۸}{۴۸ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۶۰۰ Pa$

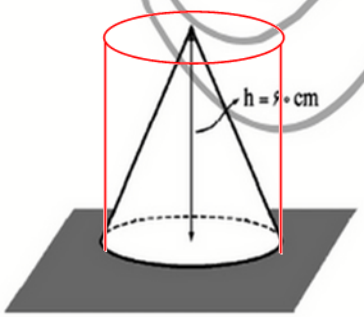
راه دوم :

$P = \rho g' h = \rho(g - |a|)h = ۴۰۰۰ \times ۸ \times ۰/۰۵ = ۱۶۰۰ Pa$

ظاهری

۸: مطابق شکل، یک مخروط مدور قائم به ارتفاع ۶۰ cm از ماده‌ای به چگالی $۲/۷\frac{g}{cm^۳}$ ساخته شده است. فشاری که این مخروط بر قاعده‌اش وارد میکند چند پاسکال است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$

۱) ۴۰۵۰
۲) ۵۴۰۰
۳) ۸۱۰۰
۴) ۱۶۲۰۰۰

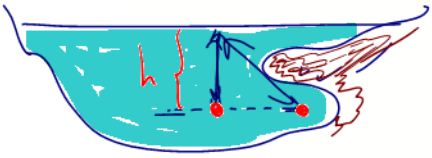


حجم استوانه $= \frac{۱}{۳}$ حجم مخروط

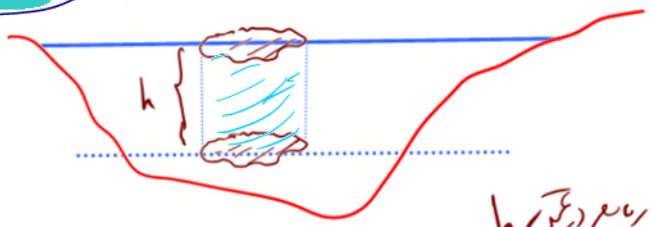
$P = \frac{۱}{۳}\rho g h = \frac{۱}{۳} \times ۲۷۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۶ = ۵۴۰۰ Pa$

فشار در مایعات :

در مایعات فشار به چگالی مایع و عمق مایع بستگی دارد. هرچه عمق و چگالی بیشتر باشد فشار بیشتر می‌شود



* شکل ظرف مهم نیست فقط عمق مایع مهم است



$$P = \rho g h$$

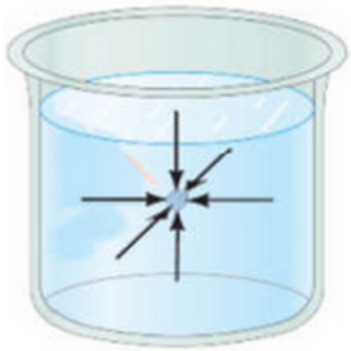
P: فشار مایع در عمق h

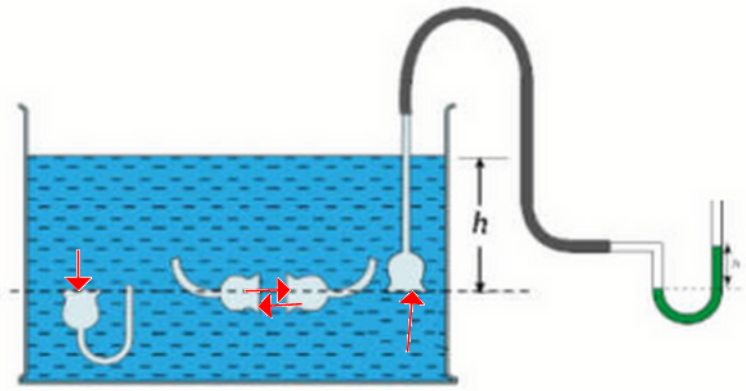
ρ: چگالی مایع

h: عمق مایع

فشار در مایعات به عمق بستگی دارد. هرچه عمق بیشتر شود فشار بیشتر می‌شود.

تذکر: فشار در عمق h از مایع در تمام جهت‌ها یکسان است.





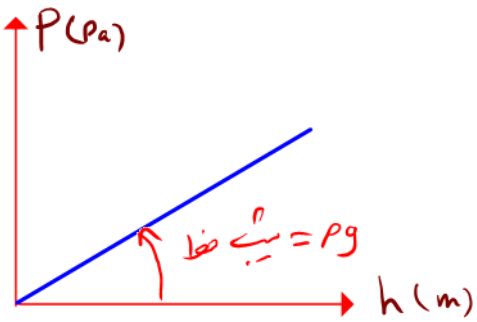
در عمق مشخص فشار مقدار ثابتی است و به جهت قرارگیری سطح بستگی ندارد.

در مایعات فشار در تمام جهت‌ها یکسان وارد می‌شود

نکته ۱

$$P = \rho g h$$

$$\text{Pa} = \text{kg/m}^3 \times \text{m/s}^2 \times \text{m}$$



فشار ناشی از مایع با چگالی ۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب، در عمق ۴۰ سانتی‌متری از این مایع چقدر است؟

$P = \rho g h = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴ = ۸۰۰۰\ Pa$

۱۵: در یک حوض مستطیل شکل به ابعاد ۲m×۱m تا ارتفاع ۵۰ سانتیمتر آب وجود دارد. فشار ناشی از آب در کف استخر چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{آب} = ۱ \frac{g}{cm^۳}$ و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲

$P = \rho g h = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ = ۵\ kPa$

تمرین ۱۴: یک زیردریایی تا عمق ۱۰۰ متر زیر آب پایین رفته است. ($\rho_{آب} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$)

الف)فشار ناشی از آب که بر بدنه زیردریایی وارد می‌شود چقدر است؟

ب) نیروی وارد به هر سانتیمتر مربع از بدنه این زیردریایی را محاسبه کنید.

الف: $P = \rho g h = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰۰ = ۱۰^۶\ Pa$ $\quad ۱cm^۲ = ۱۰^{-۴} m^۲$

ب: $F = P \times A \rightarrow F = ۱۰^۶ \times (۱ \times ۱۰^{-۴}) = ۱۰۰\ N$

۱۸: هر یک از ابعاد استخر C دو برابر ابعاد استخر B است . اگر عمق آب در استخر C سه متر و در استخر B برابر یک متر باشد، به ترتیب فشار ناشی از آب و نیرویی که بر کف استخر C وارد می‌شود، چند برابر استخر B است؟

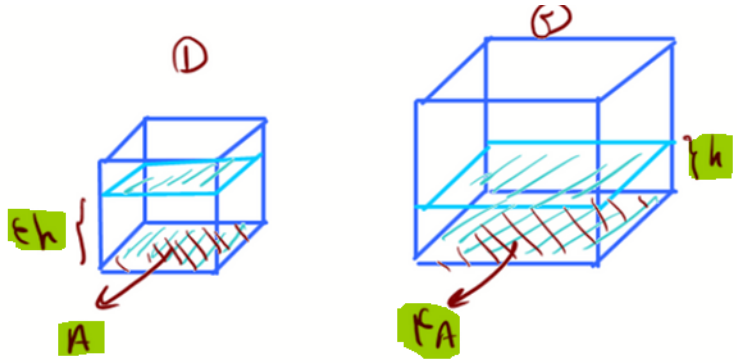
۱) ۳ و ۶ ۲) ۳ و ۱۲ ۳) ۶ و ۳ ۴) ۶ و ۱۲

$\frac{P_C}{P_B} = \frac{\rho g h_C}{\rho g h_B} = \frac{۳}{۱} \Rightarrow P_C = ۳ P_B$

$\frac{F_C}{F_B} = \frac{P_C \times A_C}{P_B \times A_B} = \frac{۳}{۱} \times \frac{۴}{۱} = ۱۲ \longrightarrow F_C = ۱۲ F_B$

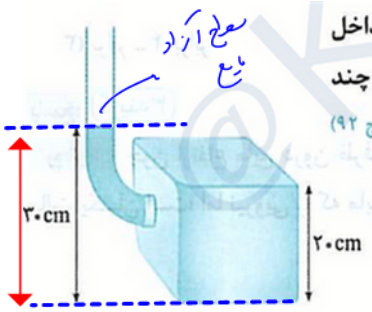
۱۷: در دو ظرف مکعب شکل که ابعاد یکی دو برابر دیگری است، مقدار یکسانی آب میریزیم. فشار ناشی از آب در کف ظرف بزرگتر، چند برابر ظرف کوچکتر است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{8}$



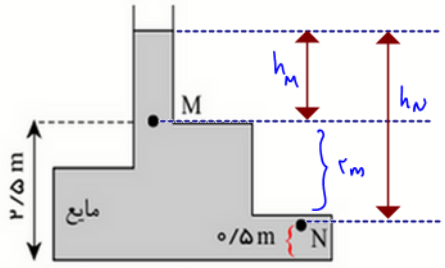
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho g h_2}{\rho g h_1} = \frac{h}{4h} = \frac{1}{4}$$

۶۶۲ P. در شکل روبه‌رو، لولهٔ باریکی به یک مخزن متصل شده است. مساحت کف مخزن $100cm^2$ است. اگر داخل لوله و مخزن، مایعی به چگالی $800kg/m^3$ باشد، بزرگی نیرویی که از طرف مایع به کف مخزن وارد می‌شود چند نیوتون است؟ ($g=10N/kg$ و از فشار هوا صرف نظر شود.) (ریاضی خارج ۹۲)



۱) ۲۴۰
۲) ۱۶۰
۳) ۲۴
۴) ۱۶

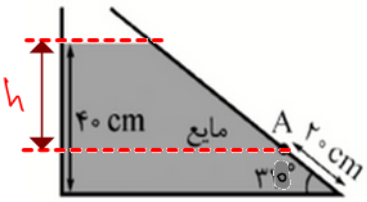
۱۲. در شکل مقابل، چگالی مایع $1/2 \frac{g}{cm^3}$ اختلاف فشار بین نقاط M و N چند کیلوپاسکال است؟



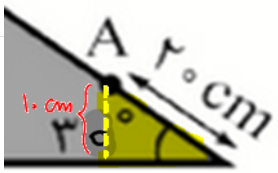
۱) ۱۲۴
۲) ۱۳۰
۳) ۳۰
۴) ۲۴

-گزینه ۲-۱۳۹۵-آسان

۲۰: مطابق شکل در ظرفی تا عمق ۴۰ سانتیمتر از مایعی به چگالی $2500kg/m^3$ ریخته شده است. فشار ناشی از مایع در نقطه‌ی A چند کیلوپاسکال است؟



۱) ۷/۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۱۰



$h = 40 - 10 = 30\,cm$

$P = \rho g h = 2500 \times 10 \times 0.3$

$P = 7500\,Pa = 7.5\,kPa$